

**PROBLEMA 1.****1. a) Determinar el centro y el radio de la esfera:**

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 8z - 4 = 0$$

b) Determinar el centro y el radio de la circunferencia intersección de la esfera del apartado anterior con el plano $z = 0$.a) La ecuación de una esfera de centro (a, b, c) y el radio r es:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2$$

$$x^2 - 2ax + y^2 - 2by + z^2 - 2cz + a^2 + b^2 + c^2 - r^2 = 0$$

Comparando esta expresión con la ecuación que nos da el problema,

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 8z - 4 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} -2a = -2 \\ -2b = 4 \\ -2c = 8 \\ a^2 + b^2 + c^2 - r^2 = -4 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -4 \\ r^2 = 1 + 4 + 16 + 4 = 25 \rightarrow r = 5 \end{array} \right.$$

El centro de la esfera es el punto $(1, -2, -4)$ y el radio mide 5.

b) Primeramente hallamos la ecuación de la circunferencia resolviendo el sistema:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 8z - 4 = 0 \\ z = 0 \end{cases} \rightarrow x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$$

Comprobando con la ecuación de la circunferencia de centro $C(a, b)$ y radio r , $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0$:

$$\left. \begin{array}{l} -2a = -2 \\ -2b = 4 \\ a^2 + b^2 - r^2 = -4 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 1 \\ b = -2 \end{array} \right. \text{ El centro es } (1, -2) \text{ y el radio mide } 3.$$