



CURSO: (2003- 2004) JUNIO
MATERIA: MATEMÁTICAS II

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos

Calcular la base y la altura del triángulo isósceles de perímetro 8 y área máxima.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos

Se considera la función: $f(x) = \frac{(2x-1)^2}{4x^2+1}$

- (1 punto) Calcular las asíntotas, el máximo y el mínimo absolutos de la función $f(x)$.
- (1 punto) Calcular $\int_0^1 f(x) dx$

Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos

Dado el sistema
$$\begin{cases} (1-a)x - 2y + 4z = 0 \\ x - (1+a)y + z = 0 \\ -x + ay - z = 0 \end{cases}$$

- (1,5 puntos) Estudiar la compatibilidad según los valores del parámetro a .
- (1,5 puntos) Resolver el sistema anterior cuando sea compatible indeterminado.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos

Se consideran la recta y los planos siguientes $r = \begin{cases} x = 2 - 3\lambda \\ y = 1 + 2\lambda \\ z = 4 - \lambda \end{cases}$; $\pi_1 = 3 + 2x + 2y - 2z = 0$

Se pide:

- (1 punto) Determinar la posición relativa de la recta con respecto a cada uno de los planos.
- (1 punto) Determinar la posición relativa de los dos planos.
- (1 punto) Calcular la distancia de r a π_2 .



OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos

Dadas las matrices; $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Se pide:

- (1 punto) Hallar A^{-1}
- (1 punto) Hallar la matriz X , tal que: $A \cdot X \cdot A^T = B$ (desde A^T significa la matriz traspuesta de A)

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos

- (1 punto) Dado el sistema $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$, escribir una tercera ecuación de la forma $ax + by = c$ (distinta de las dos anteriores) de manera que el sistema de tres ecuaciones y dos incógnitas resultante siga siendo compatible.
- (1 punto) Dado el sistema $\begin{cases} 2x + 2y - z = 1 \\ x + y + 2z = 1 \end{cases}$ escribir una tercera ecuación de la forma $ax + \beta y + \gamma z = 1$ (distinta de las dos anteriores) de manera que el sistema de tres ecuaciones y tres incógnitas resultante sea compatible indeterminado.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos

- (2 puntos) . Determinar la posición relativa de los siguientes planos, para los distintos valores de parámetro k :
 $\pi_1 = 2x + 3y + kz = 3$
 $\pi_2 = x + ky - z = -1$
 $\pi_3 = 3x + y - 3z = -k$
- (1 punto) En los casos en que los tres planos anteriores se corten a lo largo de una recta común, hallar un vector director de dicha recta.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos

Dada la función $f(x) = 1 - x^2$, se pide:

- (1 punto) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto $P(a, f(a))$, donde $0 < a < 1$.
 - (2 puntos) Encontrar un plano π^1 , paralelo a π , tal que el punto Q^1 en el que se cortan el plano π^1 y la recta r esté a distancia 2 del punto Q hallado en el apartado anterior.
 - (1 punto) Hallar los puntos A y B en los que la recta hallada en el apartado a) corta a los ejes vertical y horizontal respectivamente.
 - (1 punto) Determinar el valor de $a \in (0,1)$ para el cual la distancia entre el punto A y el punto $P(a, f(a))$ es el doble de la distancia entre el punto B y el punto $P(a, f(a))$.