



**CURSO: (2002- 2003) JUNIO**  
**MATERIA: MATEMÁTICAS II**

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos**

Calcular los siguientes límites (donde "ln" significa *Logaritmo Neperiano*)

a) (1 punto)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(3x))}{\ln(\cos(2x))}$

b) (1 punto)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{4x}$

**Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos**

Dada la función  $f(x) = \frac{x^5 - x^8}{1 - x^6}$

- (1 punto) Encontrar los puntos de discontinuidad de  $f$ . Determinar razonadamente si alguna de las discontinuidades es evitable.
- (1 punto) Estudiar si  $f$  tiene alguna asíntota vertical.

**Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos**

Se considera el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} (m+2)x + (m-1)y - z = 3 \\ mx - y + z = 2 \\ x + my - z = 1 \end{cases}$$

Se pide:

- (1 punto) Resolverlo para  $m = 1$ .
- (2 puntos) Discutirlo para los distintos valores de  $m$ .

**Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos**

Dadas las rectas en el espacio:

$$r = \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$$

$$s = \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$$

- (1,5 puntos) Hallar la distancia entre las dos rectas.
- (1,5 puntos) Determinar las ecuaciones de la perpendicular común a  $r$  y  $s$



## OPCIÓN B

**Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos**

Comprobar, aplicando las propiedades de los determinantes, la identidad:

$$\begin{vmatrix} a^2 & ab & b^2 \\ 2a & a+b & 2b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (a-b)^2$$

**Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos**

Encontrar un número real  $\lambda \neq 0$ , y todas las matrices  $B$  de dimensión  $2 \times 2$  (distintas de la matriz nula), tales que:

$$B \cdot \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = B \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos**

- (1 punto) Dibujar la gráfica de la función  $g(x) = e^x - x$
- (1 punto) Calcular el dominio de definición de  $f(x) = \frac{1}{e^x - x}$  y su comportamiento para  $x \rightarrow 8$  y  $x \rightarrow -8$ .
- (1 punto) Determinar (si existen) los máximos y mínimos absolutos de  $f(x)$  en su dominio de definición.

**Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos**

Desde el plano

$$\pi = x + 3y - z = 1$$

y la recta

$$r = \frac{x+2}{6} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$$

se pide:

- (1,5 puntos) Hallar la ecuación general del plano  $\pi^1$  que contiene a  $r$  y es perpendicular a  $\pi$ .
- (1,5 puntos) Escribir las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de los planos  $\pi, \pi^1$ .