



CURSO: (2000- 2001) SEPTIEMBRE
MATERIA: MATEMÁTICAS II

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos

Determinar la ecuación cartesiana del lugar geométrico de los puntos del plano tales que la suma de los cuadrados de sus distancias a los puntos (0,0) y (1,1) es igual a 9. Si se trata de una curva cerrada ζ , calcular el área que encierra.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos

Sean A, B y C tres puntos del espacio tridimensional que verifican la relación: $\overrightarrow{CB} = -3\overrightarrow{CA}$

- a) (1 punto) Calcular el valor que toma K en la expresión: $\overrightarrow{AC} = K\overrightarrow{AB}$
b) (1 punto) Si A (1,2,-1) y B(3,6,9), hallar las coordenadas del punto C que cumple la relación de partida.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos

Se considera las funciones $f(x) = x^2 - 2x + 3$ $g(x) = ax^2 + b$

- a) (1 punto) Calcular a y b para que las gráficas de f y g sean tangentes en el punto de abscisa $x = 2$.
b) (1 punto) Para los valores de a y b calculados en el apartado anterior, dibujar las gráficas de ambas funciones y hallar la ecuación de la recta tangente común.
c) (1 punto) Para los mismos valores de a y b, hallar el área limitada por las gráficas de las funciones y el eje vertical.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos

Sea el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} ax + y + 4z &= 1 \\ -x + ay - 2z &= 1 \\ y + z &= a \end{aligned}$$

- a) (1 punto) Discutir el sistema según los valores del parámetro a.
b) (1 punto) Resolver el sistema para $a = 2$.
c) (1 punto) Resolver el sistema para $a = 1$.



OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos

Sea la función $f(t) = \frac{1}{1+e^t}$

a) (1 punto) Calcular: $\int f(t)dt$

b) (1 punto) Se define $g(x) = \int_0^x f(t)dt$. Calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x}$

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos

Sea $P(x)$ un polinomio de grado 4 tal que:

i) $P(x)$ es una función par.

ii) Dos de sus raíces son $x = 1$, $x = -\sqrt{5}$

iii) $P(0) = 5$

Se pide:

a) (1 punto) Hallar sus puntos de inflexión.

b) (1 punto) Dibujar su gráfica.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos

Se considera el tetraedro cuyos vértices son $A(1,0,0)$, $B(1,1,1)$, $C(-2,1,0)$ y $D(0,1,3)$.

a) (1 punto) Hallar el área del triángulo ABC y el volumen del tetraedro $ABCD$.

b) (1 punto) Calcular la distancia de D al plano determinado por los puntos A , B y C .

c) (1 punto) Hallar la distancia entre las rectas AC y BD .

Ejercicio 4 Calificación máxima: 3 puntos

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ se pide:

a) (1 punto) Comprobar que se verifica la igualdad $A^3 + I = O$, siendo I la matriz identidad y O la matriz nula.

b) (1 punto) Justificar que A tiene inversa y obtener A^{-1} .

c) (1 punto) Calcular A^{100}