UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOE)

CURSO 2009-10

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
EXAMEN MODELO

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real k:

$$\left\{\begin{array}{rcl} x + ky + z & = & 1 \\ 2y + kz & = & 2 \\ x + y + z & = & 1 \end{array}\right.$$

a) Discútase el sistema para los diferentes valores de k.
b) Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.
c) Resuélvase el sistema para $k = 3$.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la curva de ecuación cartesiana:

$$y = x^2.$$

a) Calcúlense las coordenadas del punto en el que la recta tangente a la curva propuesta es paralela a la bisectriz del primer cuadrante.
b) Calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por las gráficas de la curva propuesta, la recta tangente a dicha curva en el punto $P(1, 1)$ y el eje OX.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Según cierto estudio, el 40% de los hogares europeos tiene contratado el acceso a Internet, el 33% tiene contratada la televisión por cable, y el 20% dispone de ambos servicios. Se selecciona al azar un hogar europeo.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que sólo tenga contratada la televisión por cable?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga contratado ninguno de los dos servicios?

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se supone que la duración de una bombilla fabricada por una cierta empresa se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media 900 horas y desviación típica 80 horas. La empresa vende 1000 lotes de 100 bombillas cada uno. ¿En cuantos lotes puede esperarse que la duración media de las bombillas que componen el lote sobrepase 910 horas?

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Una empresa de instalaciones dispone de 195 kg de cobre, 20 kg de titanio y 14 kg de aluminio. Para fabricar 100 metros de cable de tipo A se necesitan 10 kg de cobre, 2 kg de titanio y 1 kg de aluminio. Para fabricar 100 metros de cable de tipo B se necesitan 15 kg de cobre, 1 kg de titanio y 1 kg de aluminio. El beneficio que obtiene la empresa por cada 100 metros de cable de tipo A fabricados es igual a 1500 euros, y por cada 100 metros de cable de tipo B es igual a 1000 euros. Calcúlense los metros de cable de cada tipo que han de fabricarse para maximizar el beneficio y determínese dicho beneficio máximo.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + c \qquad ; \qquad a, b, c \in \mathbf{R}.$$

a) ¿Qué valores deben tomar a, b y c para que la gráfica de f pase por el punto $O(0,0)$ y además tenga un máximo relativo en el punto $P(1,2)$?
b) Para $a = 1$, $b = -2$, $c = 0$, determínense los puntos de corte de la gráfica de f con los ejes de coordenadas.
c) Para $a = 1$, $b = -2$, $c = 0$, calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f y el eje OX.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Sean A y B dos sucesos aleatorios tales que:

$$P(A) = \frac{3}{4} \quad ; \quad P(B) = \frac{1}{2} \quad ; \quad P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{1}{20}.$$

Calcúlese:

a) $P(A \cup B)$ b) $P(A \cap B)$
c) $P(\overline{A}|B)$ d) $P(\overline{B}|A)$.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
La temperatura corporal de una especie de aves se puede aproximar mediante una variable aleatoria con distribución normal de media $40,5^oC$ y desviación típica $4,9^oC$. Se elige una muestra aleatoria simple de 100 aves de esa especie. Sea $\overline{X}$ la media muestral de las temperaturas observadas.
a) ¿Cuáles son la media y la varianza de $\overline{X}$?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la temperatura media de dicha muestra esté comprendida entre $39,9^oC$ y $41,1^oC$?

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

ATENCIÓN.– La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1.– Cada apartado correctamente resuelto: 1 punto.

Ejercicio 2.– a) 1 punto.– b) Ecuación de la recta tangente: 0,5 puntos.– Localización correcta de la región: 0,5 puntos.– Planteamiento del área como una integral definida: 0,5 puntos.– Cálculo correcto del valor del área: 0,5 puntos.

Ejercicio 3.– Cada apartado correctamente resuelto: 1 punto.

Ejercicio 4.– Planteamiento correcto: 1 punto.– Resolución correcta: 1 punto.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.– Deducción correcta de la función objetivo: 0,5 puntos.– Planteamiento correcto del problema de programación lineal: 0,5 puntos.– Representación correcta de la región factible: 1 punto.– Localización del máximo: 0,5 puntos.– Obtención del valor máximo: 0,5 puntos.

Ejercicio 2.– a) Planteamiento correcto de las condiciones: 1 punto.– Obtención correcta de los valores de a, b, c: 0,5 puntos. b) 0,5 puntos.– c) Planteamiento del área como una integral definida: 0,5 puntos.– Cálculo correcto del valor del área: 0,5 puntos.

Ejercicio 3.– Cada apartado correctamente resuelto: 0,5 puntos.

Ejercicio 4.– Cada apartado correctamente resuelto: 1 punto.

NOTA

La resolución de ejercicios por cualquier procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.